Zusammenfassung

Ein Schwerpunkt der klassischen Invariantentheorie in der Zeit vor HILBERT lag auf der expliziten Konstruktion von Kovarianten. Im Mittelpunkt stand die Suche nach Fundamentalsystemen für binäre Formen $f_n(x,y) := \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a_i x^{n-i} y^i \in k[x,y]$ mit $k = \mathbb{R}, \mathbb{C}$. Als Fundamentalsystem von f_n bezeichnet man eine minimale Menge von Kovarianten, mit der sich alle anderen Kovarianten von f_n polynomial darstellen lassen. Bis heute sind nur Fundamentalsysteme für binäre Formen vom Grade $1 \leq n \leq 6$ und $n = 8$ bekannt. Seit dem 19. Jahrhundert sind für $n = 7$ ein Erzeugendensystem und für $n = 9, 10, 12$ Daten der meisten irreduziblen Kovarianten, der sogenannten Grundformen, bekannt.

In dieser Arbeit wurden einige Algorithmen zur Berechnung von Grundformen implementiert. Mit deren Hilfe konnte gezeigt werden, dass einige Kovarianten des Erzeugendensystems von f_7 reduzibel und alle anderen irreduzibel sind. Folglich wurde erstmalig ein korrektes Fundamentalsystem berechnet. Zudem wurde ein fast vollständiges Fundamentalsystem für f_9 ermittelt.

Es wird begründet, warum weitere Berechnungen mit diesen Algorithmen keinen Erfolg versprechen. Die einzige Möglichkeit, relativ gute Informationen über Fundamentalsysteme zu gewinnen, scheint die ebenfalls implementierte Siebung SYLVESTERs zu sein. Zwar können mit dieser Methode keine Kovarianten berechnet, aber Informationen über Grad und Ordnung von Grundformen gesammelt werden. Während damit korrekte Informationen über Fundamentalsysteme für $n \leq 6$ und $n = 8$ ermittelt werden, ist seit langem bekannt, dass mit dieser Methode zu wenige Grundformen für $n = 7$ und $9 \leq n \leq 14$ gefunden werden können. Es wird in dieser Arbeit gezeigt, dass diese Methode auch für $n \geq 15$ zu wenige Grundformen findet.

Abstract

One main topic of classicial invariant theory in the pre-HILBERT era was the explicit construction of covariants. Up to the present this has been an interesting challenge. The search for fundamental systems of binary forms $f_n(x,y) := \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a_i x^{n-i} y^i \in k[x,y]$ with $k = \mathbb{R}, \mathbb{C}$ was the major endeavour. A minimal set of covariants with which every other covariant can be expressed polynomially is called fundamental system, its elements are called groundforms. Hitherto, only fundamental systems for binary forms of degree $n \leq 6$ and $n = 8$ are known. Besides, since the 19 century one has known a generating set for $n = 7$ and has had information about most groundforms for $n = 9, 10, 12$.

Some algorithms for computing groundforms have been implemented for this dissertation. With the help of these, it was possible to eliminate all the unnecessary elements of the generating set of f_7. Moreover, an almost complete fundamental system of the binary nonic has been computed.

Further computations with these algorithms do not promise to be successful in finding additional fundamental systems. SYLVESTER's tamisage seems to be the only method to gain substantial information about groundforms without explicitly computing them. While this method yields correct results for $n \leq 6$ and $n = 8$ it has been known for a long time that it fails for $n = 7$ and $9 \leq n \leq 14$. The reason is that too few groundforms are detected. As is proofed in this dissertation the same applies for $n \geq 15$.